

Università degli Studi Roma Tre - Ingegneria Meccanica
Esercizi di Analisi Matematica I
A.A. 2022/23

- Esercitazione 4 -

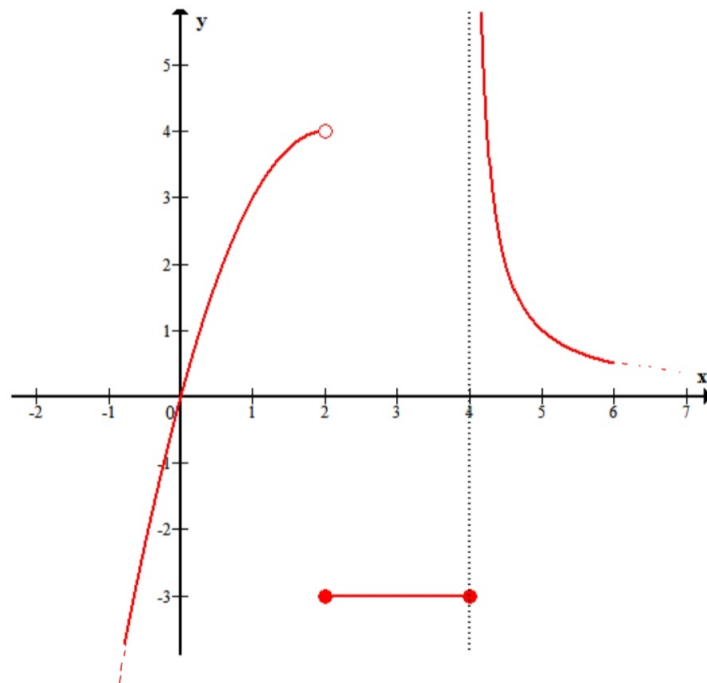
Esercizi di riepilogo

(1) Dire quali dei seguenti sottoinsiemi di \mathbb{R} sono limitati (inferiormente o superiormente) e determinare, se esistono, i loro massimi, minimi, estremi superiori e inferiori:

1. $A = [x \in \mathbb{R} \text{ con } x \in [0, 2\pi) : 2 \sin^2 x - \sin x - 1 > 0]$;

2. $B = [x \in \mathbb{R} : ||x^2 - 1| + 2x + 1| \geq x - 1]$.

(2) Sia $f(x)$ la funzione il cui grafico è rappresentato in figura.



- Determinare il dominio e l'immagine di f .
- Determinare l'insieme degli x tali che $f(x) \leq 1$.
- Determinare le seguenti immagini: $f([0, 2]) = \dots$, $f([4, 5]) = \dots$
- Determinare le contro-immagini $f^{-1}((2, 4))$, $f^{-1}([2, 4])$, $f^{-1}((-3, 0))$ e $f^{-1}([-3, 0])$
- Determinare le regioni in cui la funzione è monotona.

(3) Risolvere in \mathbb{C} le seguenti equazioni:

$$(i) z^2 - 4z + 1 = 0; \quad (z - i)^3 = 8i; \quad (vi) z^6 + 64 = 0.$$

Esercizi sui limiti

Calcolare i seguenti limiti

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{3n}\right)^{2n}$

h) $\lim_{n \rightarrow \infty} (-1)^n \frac{n^2 + 1}{n + 1}$

q) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n^2 + 1)^n}{n^{2n}}$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n} - n + n^2}{2n^2 - n^{3/2} + 1}$

i) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{2^n + 3^n}$

r) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log(n+1)}{\log n}$

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n - 3^n}{1 + 3^n}$

l) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{2n}{3n^2 + 1}}$

s) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[n]{3} - 1)^n$

d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + n^2}{3^n + n^3}$

m) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2(3^n - 3^{-n})}{4^n + n^2}$

t) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n \log n}$

e) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \log n}{(n+1)(n+2)}$

n) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^6 + \log n + 3^n}{2^n + n^4 + \log^5 n}$

u) $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 2^{-\sqrt{n}}$

f) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \log n}{\sqrt{n} - \log n}$

o) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+3}{n+1}\right)^n$

v) $\lim_{n \rightarrow \infty} (n^{\sqrt{n}} - 2^n)$.

g) $\lim_{n \rightarrow \infty} (-1)^n \frac{n}{n^2 + 1}$

p) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-1}{n}\right)^{n^2}$

z) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} \frac{(n+3)! - n!}{(n+1)!}$